

TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN

Aryo Nugroho

Staf Pengajar Teknik Sipil – Universitas Narotama Surabaya

E-mail: nugroho@narotama.ac.id

ABSTRACT

One of many ways to do a mathematic model is creating a simple model to represent an interest condition. Series of survey and tests are required for assemble a mathematic model.

In general, mathematic model can be derived from regression method result, and a statistic test need to prove the model accuracy. All calculation can be manual or automatically using computer, computer gives more precisions than manual, however.

There is another way to make a mathematic model, using artificial neural network. Artificial neural network is a method to study data and the result is another model with specific value.

Key words: *Regression, artificial neural network*

ABSTRAK

Salah satu cara dalam melakukan pemodelan dengan menentukan suatu model matematis sederhana yang dapat mewakili suatu kondisi permasalahan yang diteliti. Untuk dapat menentukan model matematis umumnya dilakukan suatu rangkaian pengamatan atau percobaan yang kemudian akan diperoleh sekumpulan data

Pada umumnya untuk mendapatkan model matematis dilakukan dengan melakukan upaya regresi baik secara linear sederhana maupun lainnya, berikut uji statistik yang mendukung kesahihan suatu model. Salah satu alternatif dalam menentukan pemodelan adalah dengan menggunakan Jaringan Saraf Tiruan (Artificial Neural Network). Jaringan Saraf Tiruan adalah suatu metode yang melakukan pembelajaran terhadap sekumpulan data untuk diperoleh model dengan bentuk arsitektur jaringan dan pembobotan sebagai pola yang spesifik.

Kata kunci : Regresi, Jaringan Saraf Tiruan

**TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN
DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN**
(Aryo Nugroho)

PENDAHULUAN

Salah satu cara untuk menentukan pemodelan adalah dengan pendekatan **Regresi Linier**. Namun dengan berkembangnya cabang ilmu dalam pengambilan keputusan dikenal juga metode yang lain, yaitu dengan menggunakan jaringan saraf tiruan.

Pada umumnya penelitian yang dilakukan menggunakan metode regresi untuk mendapatkan model matematis. Dengan segala kekuatan dan kelemahan jaringan saraf tiruan dapat menjadi solusi alternatif bagi penentuan model.

PEMODELAN DENGAN REGRESI

Model Regresi Linear Sederhana

Suatu model matematis yang menggambarkan hubungan antara variabel bebas dengan variabel-variabel tak bebas dapat diperoleh dengan menggunakan analisis statistik. Pemilihan model regresi dapat dimulai dengan anggapan *dependent variabel* dinotasikan sebagai Y dan mempunyai

hubungan fungsional dengan *independent variabel* yang dinotasikan sebagai X, sehingga dapat ditulis :

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

Model regresi linier secara sederhana adalah : $Y = a_i X_i + b$

dimana :

a_i = parameter pengaruh variabel bebas yang diteliti terhadap variabel respon pada order ke-i ;

X_i = variabel independen ke-i ;

i = 0, 1, 2, 3, ... ;

b = residual atau kesalahan model

Model Regresi Linear Berganda

Model analisa regresi berganda (*multiple regression analysis*) ini dipakai untuk menggambarkan pola hubungan linier yang dibuat oleh suatu variabel respon dengan beberapa variabel faktor. Dalam model regresi berganda variabel bebas sebagai variabel faktor (X) sedangkan variabel tak bebas sebagai variabel respon (Y). Adapun persamaan model sebagai berikut :

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + \dots + a_n \cdot X_n + b$$

dimana :

Y = variabel respon

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ = parameter-parameter regresi

X_1, X_2, \dots, X_n = variabel independen ke-i ;

b = residual atau kesalahan model

Model Alternatif Analisa Regresi

Berbagai alternatif analisis regresi yang umum digunakan selain regresi linier adalah :

- fungsi eksponensial (*exponential function*)
- fungsi logaritma (*logarithmic function*)
- fungsi polinomial (*polynomial function*)
- fungsi berganda (*multiple function*)

Sedangkan model persamaan regresi yang digunakan untuk membuat hubungan pasangan data pengamatan, antara lain :

1. Model Sederhana

$$Y = b_i + a_i X \text{ atau}$$

$$Y = b_i + a_i \left(\frac{1}{X} \right) \text{ atau}$$

2. Model Eksponensial

$$Y = b_i e^{a_i X}$$

$$Y = a_i b^x + c$$

3. Model Berpangkat

$$Y = b_i X^{a_i}$$

$$Y = b_i X^{a_i} + c$$

4. Model Logaritmik

$$Y = b_i + a_i \log X$$

$$\log Y = b_i + a_i X$$

$$\log Y = a b^x$$

$$\log Y = b_i + a_i \log X$$

5. Model Polinomial

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 + \dots$$

$$+ b_m X^m$$

$$Y = a + b X + c X^2$$

$$Y = a + b X + c X^2 + d X^3$$

$$\log Y = a + b X + c X^2$$

6. Model Hiperbol

$$Y = \frac{1}{a_1 + b_1 X}$$

$$Y = a_1 + b_1 \left(\frac{1}{X} \right)$$

7. Model Logistik

$$Y = a_1 b_1 x + c$$

$$Y = \frac{1}{a_1 \cdot b_1^x + c}$$

TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN
DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN
(Aryo Nugroho)

Uji Statistik Model Regresi Berganda

Dalam langkah ini suatu model regresi berganda akan dilakukan serangkaian pengujian untuk mengetahui keandalan dan tingkat penyimpangan dari persamaan yang telah diformulakan. Beberapa macam pengujian yang akan dilakukan adalah :

- Pengujian Koefisien Penentu atau Determinasi
- Pengujian Koefisien Regresi
- Pengujian Interval Kepercayaan

Pengujian Koefisien Determinasi

Pengujian ini dilakukan untuk melakukan uji derajat kepercayaan koefisien determinasi regresi berganda. Koefisien Determinasi ini sering juga dinamakan koefisien penentu. Untuk mengujinya dapat digunakan uji-F sebagai berikut :

$$1\} \quad F = \frac{RM^2(n-m)}{(1-RM^2)(m-1)}$$

(2-

pada derajat kebebasan $dk_1 = m-1$ dan $dk_2 = n-m$

dimana :

F = nilai uji F

RM^2 = koefisien determinasi/penentu

n = jumlah pengamatan

m = total variabel bebas & tak bebas

dk_1 = derajat kebebasan variabel

dk_2 = derajat kebebasan variabel

Berkaitan dengan persamaan di atas, maka dapat dibuat hipotesis :

$H_0 : R^2 = 0$, tidak berbeda nyata dengan nol, atau dengan kata lain tidak ada hubungan antara variabel yang digunakan dalam analisis model regresi berganda.

$H_1 : R^2 \neq 0$, berbeda nyata dengan nol, atau dengan kata lain terdapat hubungan yang nyata antara variabel yang digunakan dalam analisis model regresi berganda

dimana : H_0 = hipotesis nol

H_1 = hipotesis

alternatif

R^2 = koefisien

determinasi

Pengujian Koefisien Regresi

Pengujian koefisien regresi secara individual dilakukan guna memberikan pembuktian apakah koefisien regresi $a_1 = 0$ atau tidak. Untuk melakukan pengujian digunakan

metode statistik uji-t (Sooewarno, 1995) dengan perumusan sebagai berikut :

$$2) \quad t = \frac{a_1 - a_x}{S_{a1}} \quad (2-)$$

$$3) \quad Sa1 = \frac{SEY}{\left\{ \sum_{i=1}^n (X - \bar{X})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (2-)$$

dimana :

- t = nilai uji t (t_{hitung}) dengan derajat kebebasan sebesar n-2
- a_i = koefisien regresi
- a_x = koefisien regresi yang telah diketahui
- S_{a1} = deviasi koefisien regresi
- SEY = kesalahan standar dari perkiraan nilai Y
- X_i = nilai variabel bebas ke-l
- \bar{X} = nilai rata-rata variabel bebas

Selanjutnya dapat dibuat hipotesis :

H_0 (hipotesis nol) : $a_1 = 0$

H_1 (hipotesis alternatif) : $a_1 \neq 0$

Jika $t_{hitung} > t_c$ maka H_0 ditolak dan menerima hipotesis alternatif H_1 . Dimana t_c adalah nilai kritis t (dari tabel

nilai kritis t_c untuk distribusi t uji dua sisi)

Pengujian Interval Kepercayaan

Untuk melakukan pendugaan nilai a_i , dengan menggunakan derajat 95 % diterima dapat dilakukan dengan menggunakan rumus :

$$a_i - (t_c \cdot S_{ai}) < a_i < a_i + (t_c \cdot S_{ai})$$

S_{ai}

dimana :

a_i = koefisien regresi

t_c = nilai kritis t (dari tabel nilai kritis

t_c untuk ditribusi t uji dua sisi)

S_{ai} = deviasi koefisien regresi

Sehingga dapat disimpulkan bahwa besarnya koefisien regresi diperkirakan mempunyai batas bawah $a_i - (t_c \cdot S_{ai})$ sedangkan batas atasnya adalah $a_i + (t_c \cdot S_{ai})$

Pengujian Asumsi Model Regresi Berganda

Dalam bagian ini dilakukan pengujian untuk mengetahui apakah model regresi yang telah diformulasikan terjadi penyimpangan/kesalahan pada varians dari residual, variabel tak bebas (*dependent*), variabel bebas (*independent*), atau kesalahan lainnya.

TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN
DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN
(Aryo Nugroho)

Beberapa macam pengujian yang akan dilakukan adalah :

- Pengujian Heteroskedastisitas
- Pengujian Normalitas
- Pengujian Otokorelasi

Pengujian Heteroskedastisitas

Heterokedastisitas menunjukkan bahwa variasi (varians) variabel tidak semua untuk semua pengamatan. Pada heterokedastisitas, kesalahan yang terjadi tidak random (acak), tetapi menunjukkan hubungan yang sistematis sesuai dengan besarnya satu atau lebih variabel (Alhusin, 2002). Misalnya bahwa heterokedastisitas akan muncul dalam bentuk residu yang semakin besar, jika pengamatan semakin besar.

Dampak dari adanya problem heterokedastisitas adalah :

- Penaksir (estimator) yang diperoleh menjadi tidak efisien, hal ini disebabkan karena variansnya sudah tidak minim lagi (tidak efisien)
- Kesalahan baku koefisien regresi akan terpengaruh, sehingga akan memberikan indikasi yang salah dan koefisien determinasi

memperlihatkan daya penjelasan yang terlalu besar.

Pengujian ada atau tidaknya problem heterokedastisitas adalah dengan melihat ada atau tidaknya pola tertentu pada grafik hubungan antara nilai perkiraan standar regresi dengan residual regresi atau dapat dijelaskan bahwa sumbu X adalah Y yang telah diprediksi dan sumbu Y adalah residual ($Y \text{ prediksi} - Y \text{ sesungguhnya}$ yang telah *distudentized* (grafik diperoleh dari analisis regresi dari *software*).

Sebagai pedoman dalam pengambilan keputusan adalah :

- Jika ada pola tertentu, seperti titik-titik yang ada membentuk suatu pola tertentu yang teratur (bergelombang, melebar kemudian menyempit), maka telah terjadi heterokedastisitas.
- Jika tidak ada pola yang jelas, serta titik-titik menyebar secara acak di atas dan di bawah angka 0 pada sumbu Y, maka tidak terjadi heterokedastisitas.

Pengujian Normalitas

Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui apakah suatu model regresi menunjukkan distribusi normal

ataukah tidak. Secara ideal model regresi haruslah berbentuk distribusi normal atau mendekati distribusi normal (Santoso, 2000).

Untuk melakukan pengujian dilakukan dengan cara melihat penyebaran titik-titik pada sumbu diagonal dari grafik normal yang didapat dari analisis model regresi pada Software SPSS. Sebagai panduan dalam mengambil keputusan adalah :

- Jika penyebaran data berada di sekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi memenuhi asumsi normalitas
- Jika penyebaran data jauh dari garis diagonal dan/atau tidak mengikuti arah garis diagonal maka model regresi tersebut tidak memenuhi asumsi normalitas

Pengujian Otokorelasi

Salah satu masalah penyimpangan asumsi yang penting dalam *Multiple Regresion* adalah adanya *Autocorrelation* (Otokorelasi). Yang dimaksud Otokorelasi adalah adanya korelasi (hubungan) yang terjadi di antara serangkaian anggota-anggota dari serangkaian pengamatan

yang tersusun dalam rangkaian waktu. (Alhusin 2002).

Dengan adanya kejadian Otokorelasi dapat mengakibatkan hal-hal sebagai berikut:

- Varians sample tidak menggambarkan varians populasi
- Model regresi yang dihasilkan tidak dapat digunakan untuk menduga nilai variabel terikat dari nilai variabel bebas tertentu.
- Varians dari koefisiennya menjadi tidak minim lagi (tidak efisien lagi), sehingga koefisien estimasi yang diperoleh kurang akurat.

Salah satu pengujian yang digunakan untuk mengetahui Otokorelasi adalah dengan uji Durbin-Watson (dikembangkan oleh J.Durbin dan G. Watson tahun 1951). Hasil pengujian Otokorelasi disediakan pula oleh menu SPSS dalam analisis *multiple regresion*. Pembuktian Otokorelasi bisa dilakukan dengan tabel Durbin Watson, jika data n minimal 15 (lima belas).

Jika data yang tersedia lebih kecil dari 15 (lima belas), maka dapat dilakukan dengan cara

**TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN
DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN**
(Aryo Nugroho)

mengambil patokan sesuai tabel berikut (Alhusin, 2002) :

Tabel 2.1. Klasifikasi D-W

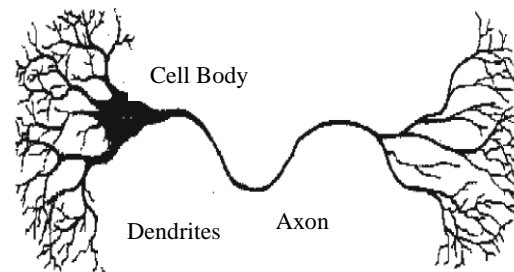
NILAI D-W	KETERANGAN
< 1,10	Ada Otokorelasi
1,10 – 1,54	Tidak ada kesimpulan
1,55 – 2,46	Tidak ada otokorelasi
2,46 – 2,90	Tidak ada kesimpulan
> 2,91	Ada Otokorelasi

Jika ternyata hasil pengujian menunjukkan adanya otokorelasi, maka dapat diatasi dengan cara melakukan transformasi atau menambah data.

JARINGAN SARAF TIRUAN

Artificial Neural Networks (ANN) adalah suatu teknologi pemrosesan informasi yang diinspirasi berdasarkan studi tentang sistem kerja dari jaringan otak dan saraf manusia (Trippi, et al, 1996). Otak manusia tersusun dari sel-sel yang disebut neuron, yang sangat unik, karena selalu dapat mereproduksi dirinya sendiri sebelum mati. Fenomena ini dapat menjelaskan mengapa manusia dapat menyimpan berbagai informasi dalam otak. Neuron yang terdapat

dalam otak berjumlah lebih dari 100 milyar dan baru sekitar seratus neuron yang telah berhasil diidentifikasi dan dipelajari. Neuron berada dalam suatu kelompok yang dinamakan jaringan (*network*). Setiap kelompok terdiri dari beberapa ribu neuron yang saling berkaitan. Komponen otak yang menyediakan kemampuan pengolahan informasi adalah neuron, yang terdiri dari tiga wilayah dasar - *dendrites*, *cell body* dan *axon*. Sehingga otak manusia dapat dipandang sebagai kumpulan dari jaringan neuron (*neural networks*) sebagaimana tampak dalam gambar di bawah ini.



Gambar 3.1 Biological Neural Networks

Kemampuan berpikir dan intelegensi manusia dikontrol oleh otak dan pusat saraf. Kemampuan untuk belajar dan

bereaksi terhadap perubahan dalam lingkungan kita sangat membutuhkan intelegensi. Sehingga otak manusia yang mengalami kerusakan akan sulit untuk melakukan pembelajaran dan bereaksi terhadap perubahan di sekitarnya.

Karakteristik otak inilah yang akan diterapkan atau ditirukan dalam pengembangan *Artificial Neural Networks* (Jaringan Saraf Tiruan/JST). Dimana terdapat serangkaian informasi yang akan dilakukan pembelajaran (*training*) terhadap model dengan adanya reaksi. Dan sesuai dengan kaidah pembelajaran maka semua informasi tersebut akan menjadi referensi bagi reaksi selanjutnya.

Pada akhir 1990 *Artificial Neural Networks* mengalami kemajuan yang cukup pesat ke berbagai bidang ilmu. Karena teknologi ini merupakan salah satu pengembangan dari *Artificial Intelligence* (AI / Kecerdasan Buatan) dan *Expert System* (ES / Sistem Pakar) yang banyak dipakai dalam model pengambilan keputusan.

Umumnya *Artificial Neural Networks* digunakan untuk menyelesaikan perhitungan yang cukup rumit jika direpresentasikan secara matematis. *Artificial Neural Networks* memakai suatu *hidden layer/pattern*

yang cukup kompleks untuk menganalisa serangkaian data aktual. Dalam *Artificial Neural Networks* diistilahkan bahwa sebuah jaringan (network) dapat dilakukan TRAINING berdasarkan informasi yang diterima sebelumnya.

Pengembangan Artificial Neural Networks

Pengembangan dan penerapan *Artificial Neural Networks* di bidang teknik dan finansial masih tergolong relatif baru dilakukan. Beberapa model pengembangan yang pernah dilakukan adalah :

- *Artificial Neural Networks* untuk memprediksi aliran sungai (Karunithi et al, 1994 ; Nguyen et. Al 1990; Solomatine et. Al 1999)
- *Artificial Neural Networks* dalam melakukan pemodelan hujan aliran (Sorooshian et al, 1995 ; Dawson, 1998)
- Penggunaan *Backpropagation Neural Networks* dalam memperkirakan tegangan geser dasar akibat gelombang dan arus (Tanaka, et al, 2000)
- Perhitungan kebijakan pengoperasian waduk dengan *Artificial Neural Networks*

**TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN
DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN**
(Aryo Nugroho)

- (Roman et al, 1996 ; Halik, 2000)
- *Artificial Neural Networks* dalam pengambilan keputusan proyek konstruksi (Arditi et al, 1999)
 - Model *Neural Networks* sebagai metode alternatif bagi penghitungan model dengan metode regresi (Marquez et. Al, 1991)
 - Penerapan *Neural Networks* dalam melakukan penghitungan analisa finansial (Trippi et. Al, 1996).

Pemodelan Dengan ANN

Artificial Neural Network adalah suatu sistem pemrosesan informasi yang mempunyai karakteristik kinerja tertentu yang mengadaptasi dari jaringan saraf biologi. Artificial Neural Network dapat dianggap sebagai model matematik, didasarkan pada asumsi sebagai berikut :

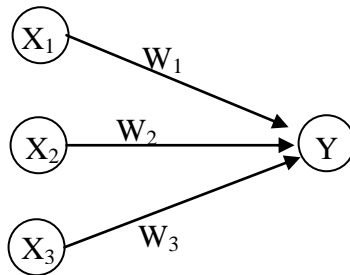
1. Pemrosesan informasi terjadi pada banyak elemen-elemen sederhana yang disebut neuron
2. Sinyal-sinyal dikirim antar neuron melalui connection links
3. Setiap connection links mempunyai bobot yang sesuai dan tergantung pada tipe jaringan neural

4. Setiap neural menggunakan fungsi aktivasi yang merupakan penjumlahan dari sinyal-sinyal input untuk menentukan sinyal output.

Artificial Neural Network
dibedakan menjadi :

1. Arsitektur atau struktur, yang merupakan pola koneksi antar neuron.
2. Algoritma (*training atau learning*) yang merupakan metode penentuan bobot pada koneksi-koneksi.
3. Fungsi aktivasi

Neural network yang terdiri atas banyak elemen yang disebut neuron, unit sel atau node, saling terhubung satu sama lain melalui *synaptic communication links* yang mempunyai bobot yang berkaitan. Bobot mewakili informasi yang digunakan oleh jaringan untuk menyelesaikan banyak persoalan. Neural Network dapat diterapkan pada berbagai tipe persoalan, khususnya dalam bidang rekayasa (engineering). Misalnya untuk klasifikasi pola, membuat pemetaan dari pola input, pengelompokan pola-pola yang sama atau mencari solusi dari permasalahan optimasi.



Gambar 3.1 Struktur Neural Networks Sederhana

Setiap neuron mempunyai state internal yang dinamakan sebagai *activation* atau *activity level* dimana fungsi dari input telah diterima. Neuron mengirimkan *activation* sebagai sinyal untuk beberapa neuron yang lain. Neuron hanya dapat mengirim satu sinyal pada saat tertentu.

Sebagaimana yang tampak pada gambar 3.1., maka Y dianggap sebagai neuron yang menerima input-input dari X_1 , X_2 , X_3 . Aktivasi *signal output* dari ketiga neuron adalah X_1 , X_2 , X_3 . Bobot pada unsur yang menghubungkan antara X_1 , X_2 , X_3 kepada Y masing-masing adalah w_1 , w_2 , w_3 . Sehingga input kepada neuron akan bernilai sebagai :

$$Y_{in} = w_1 \cdot X_1 + w_2 \cdot X_2 + w_3 \cdot X_3 \quad (3.1)$$

Sedangkan aktivasi y pada neuron Y adalah fungsi yang biasanya non linear dan dinyatakan sebagai $Y = f(y_{in})$, maka dipakai persamaan fungsi sigmoid (Haykin, 1994) sebagai berikut :

$$Y = \frac{1}{1 + e^{-y_{in}}} \quad (3.2)$$

KESIMPULAN

Berdasarkan karakteristik dalam memecahkan permasalahan yang ada, maka Jaringan Saraf Tiruan (*Artificial Neural Network*) dipandang mampu mengenali perilaku suatu pola kejadian. Sehingga dapat digunakan sebagai pedoman dalam menentukan pemodelan.

DAFTAR PUSTAKA

- Alhusin, Syahri, *Aplikasi Statistik Praktis dengan SPSS 10.0 for Windows*, J&J Learning, Yogyakarta, 2002
- Djarwanto, P S., SE., *Mengenal Beberapa Uji Statistik Dalam Penelitian*, Edisi Pertama, Penerbit Liberty, Jogjakarta, 1996
- Haykin, Simon, *Neural Networks – A Comprehensive Foundation* – Prentice Hall, New Jersey, 1994

**TINJAUAN SOLUSI PEMODELAN
DENGAN ANALISA REGRESI DAN JARINGAN SARAF TIRUAN**
(Aryo Nugroho)

- Karunithi, N, Grenney, W.J., Whitley, D. Bovee, K, *Neural Networks for River Flow Prediction*, Journal of Computing in Civil Engineering, ASCE Vol 8 page 201-220, 1994
- Nguyen, V.T., Kassim, A.H.M., Harun S., *InFlow Estimating With Neural Networks*, Proceeding of the International Association for Hydraulic Research, Malaysia, page 150-155, 1996
- Raftelis, George A., *Water And Wastewater Finance And Pricing*, Lewis Publishers, 2nd Edition, Michigan, USA, 1993.
- Ramman, Chandramouli, *Deriving A General Operating Policy For Reservoirs Using Neural Network*, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 122 page 342-347, 1996
- Santoso, Singgih, *Latihan SPSS Statistik Parametrik*, PT. Elex Media Komputindo, Jakarta, 2000
- Soewarno, *Hidrologi-Aplikasi Metode Statistik Untuk Analisa Data Jilid 1*, Nova, Bandung, 1995
- Soewarno, *Hidrologi-Aplikasi Metode Statistik Untuk Analisa Data Jilid 2*, Nova, Bandung, 1995
- Tanaka, H., Supharatid, S. , *Use of Back Propagation Networks in Estimating The Bottom Shear Stress Under Wave and Current Combined Flow*, Proceeding of The International Association for Hydraulic Engineering and Research, page 483-489, Bangkok, 2000
- Trippi, R., Turban, E., *Neural Networks in Finance And Investing*, McGraw Hills, New York, USA, 1996